

### Мастер-класс "Максимизация полезности"

1. Студент Иван максимизирует полезность от посещения аквапарка и от потребления всех остальных товаров. Функция полезности Ивана имеет вид  $U = \sqrt{x} + y$ , где  $U$  – получаемая Иваном полезность,  $x$  – количество посещённых Иваном водных аттракционов в месяц,  $y$  – расходы на все остальные товары. Известно, что на входе в аквапарк Иван должен заплатить входную плату в размере 10 денежных единиц, после чего он может кататься на водных аттракционах, уплачивая за каждый аттракцион  $p$  рублей. Если Иван не покупает входной билет, то он не может покататься на аттракционах. Определите, чему равно  $p$ , если месячный доход Ивана составляет 100 денежных единиц и известно, что Ивану всё равно, приобретать или нет входной билет в аквапарк.

2. Функция полезности потребителя имеет вид  $U = 6\sqrt{x} + y$ . Оцените, на сколько процентов благо  $x$  дороже блага  $y$ , если в точке оптимума потребитель приобрёл 4 единицы блага  $x$ .

3. Рассмотрите потребителя, максимизирующего функцию полезности  $U = 2\sqrt{x} + y$  где  $x, y$  – количество потребляемых благ  $x$  и  $y$ , являющихся бесконечно делимыми. Потребитель обладает доходом  $I = 36$ ; цена блага  $y$   $p_y = 3$ .

а) Выведите функцию спроса потребителя на благо  $x$ , показывающую, какое количество блага  $x$  потребитель хочет приобрести в зависимости от цены этого блага  $p_x$ .

б) Пусть  $p_x = 3$ . Какую сумму потребитель готов заплатить за получение права приобрести благо  $x$  по цене  $p_x = 2$ ?

4. Рассмотрим задачу выбора оптимального количества часов работы. Пусть потребитель имеет функцию полезности вида  $U(c, l) = \sqrt{c} + \sqrt{l}$ , где  $c$  – расходы на потребление;  $l$  – время досуга. Запас времени потребителя, распределяемый между досугом и работой, равен 16. Потребитель имеет нетрудовой доход  $m$ ; зарплата, получаемая за единицу рабочего времени, равна  $w$ . Считайте, что потребитель расходует на потребление весь свой нетрудовой и трудовой доход. Выведите функцию индивидуального предложения труда, показывающую, какое время потребитель хочет уделять работе в зависимости от зарплаты. Возрастает или убывает объём предложения труда с ростом зарплаты? Как можно объяснить интуитивно полученную зависимость?

5. Коля Штык с детства увлекается военной тематикой, в частности он обожает чертить карты военных действий и рисовать танки времен второй мировой войны. Предпочтения Коли в изображении  $x$  чертежей и  $y$  рисунков задаются функцией полезности  $U = xy^2$ . Для создания одного чертежа требуется 1 рубль, для создания рисунка – 2, у Коли в наличии имеется 9 рублей.

1) Всем известно, что Штык молодец. Определите, сколько рисунков и чертежей он решит нарисовать.

2) Коля всегда мечтал стать героем боевых действий, чтобы, украсив свою старенькую красную курточку блестящими боевыми наградами, приковывать к себе внимание всех знакомых девочек на детской площадке (одна медаль

способна привлечь к Коле взор одной девочки). И конечно же, он хотел бы иметь как можно больше таких медалей и орденов. В одном подъезде с Колей живет Алена Пуля, у которой в серванте лежит огромное количество старых дедушкиных медалей. В один прекрасный день на доске объявлений появилась заметка, гласившая, что некто Алена П. готова продать любое количество медалей по цене  $p$  рублей за штуку. Если Коля еще не успел потратить свои 9 рублей, то захочет ли он найти себе хоть одну подругу на площадке? Наличие возможности покупать медали заставило его детальнее подумать о структуре своих предпочтений, и теперь он точно уверен, что его предпочтения можно задать следующей функцией:  $U = xy^2 + D$ , где  $D$  - количество девочек, засмотревшихся на него на площадке. Сколько чертежей и рисунков он при этом изготовит?